Projet de Thèse - Mathématiques Appliquées
Ecole Doctorale Mathématiques, Sciences et Technologies de l'Information, Informatique, Université de Grenoble

Modélisation de textures anisotropes par Transformée en Ondelettes Monogénique

Directrice de thèse : Valérie Perrier, Professeur, Grenoble INP–LJK.
Co-encadrante : Marianne Clausel, Maître de Conférence, Université Joseph Fourier–LJK.
Co-encadrant : Laurent Condat, Chargé de Recherche, CNRS–Gipsa–lab.
Laboratoire : Laboratoire Jean Kuntzmann (LJK), UMR 5524.

La modélisation de texture est un sujet important en traitement d'image, car elle intervient dans un grand nombre de problèmes comme la segmentation, la reconnaissance d'objets ou encore la restauration d'image. Comme le montre la figure 1, les textures anisotropes - c'est à dire admettant des orientations privilégiées - sont présentes dans de nombreuses images naturelles, et les applications potentielles sont nombreuses : imagerie médicale pour l'aide au diagnostic, analyse d'empreintes digitales, géologie (analyse de reliefs), etc...

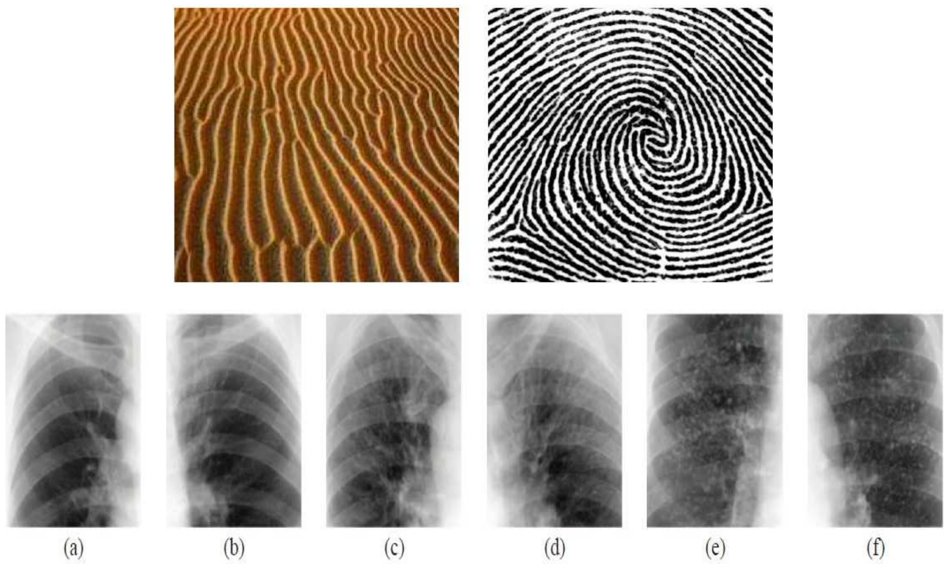

Figure 1: Exemples de textures anisotropes, tirées de [1] (1ère ligne), et de [2] (2ème ligne).

Dans de nombreuses applications, il est ainsi primordial d'être capable de donner une caractérisation des propriétés d'orientation et d'anisotropie locales de l'image considérée, et aussi de synthétiser des modèles dont on contrôle les propriétés.

Du point de vue mathématique, une texture peut être décrite comme un champ aléatoire bidimensionnel. De nombreux modèles de texture existent : on peut citer par exemple ceux qui sont une extension du modèle du Champ Brownien Fractionnaire avec des propriétés de rugosité prescrite (voir [3]) mais aussi le cadre des textures localement parallèles récemment introduites dans [1].
De fait l'étude de l'orientation locale et de l'anisotropie dans le cadre des textures a été relativement peu étudiée, et soulève encore de nombreux problèmes mathématiques : une texture est dite anisotrope s'il existe en chaque point une orientation dominante. Toutefois, la difficulté réside dans la définition rigoureuse, et l'estimation robuste, de cette orientation.
Enfin les modèles de textures sont utilisés dans la décomposition d'image, pour séparer celle-ci en une composante dite "géométrique", et une composante texturale : dans [1], l'introduction de la notion de textures localement parallèles permet de proposer de nouveaux algorithmes de décomposition d'image

ouvrant ainsi de nouvelles perspectives de recherche.

C'est dans ce contexte que se situe le sujet de thèse, qui comprend ainsi plusieurs volets : une première partie concerne la définition rigoureuse de paramètres permettant de caractériser l'anisotropie et l'orientation d'une texture. Dans une deuxième partie, on proposera de nouveaux modèles de textures, à orientation locale prescrite. Enfin, en s'appuyant à la fois sur l'analyse par ondelettes monogène et les méthodes proximales en optimisation, on essayera d'améliorer les algorithmes proposés par Maurel-Aujol-Peyré dans [1] par l'utilisation d'outils adaptés au cadre des textures localement parallèles.

L'approche qui sera privilégiée dans le cadre de ce travail est basée sur la notion de signal monogène associé à une image, introduite dans [4]. Le modèle d'image sous-jacent est celui d'images oscillantes de la forme $s(x,y) = A(x,y)\cos(\varphi(x,y))$, la phase $\varphi(x,y)$ contenant les informations essentielles de fréquence et orientation locales à extraire dans l'image. Le formalisme monogène permet alors d'associer à s de manière unique le signal monogène S, sous la forme d'une exponentielle quaternionique :

$$S(x,y) = A(x,y)\mathrm{e}^{\varphi(x,y)n_{\theta(x,y)}} \tag{1}$$

où $n_\theta = \cos(\theta)\mathrm{i} + \sin(\theta)\mathrm{j}$ est un vecteur qui définit l'orientation locale en (x,y), $(1,\mathrm{i},\mathrm{j},\mathrm{k})$ désignant une base de l'algèbre des quaternions. Ainsi le signal monogène est une généralisation à l'image du signal analytique en dimension 1.Cependant, cette formalisation soulève des questions d'existence, d'unicité, qui ne sont pas encore toutes résolues. En particulier, la relation entre la phase φ et l'orientation n_θ locales reste un problème ouvert. Des estimateurs efficaces de cette orientation locale ont été malgré tout développés récemment dans [5, 6] et sont basés sur une extension des ondelettes au cadre monogène : si les résultats empiriques sont prometteurs, il n'existe néanmoins pas d'analyse de leurs performances, *a fortiori* de leurs propriétés statistiques. Une première partie du travail de thèse portera sur une formalisation de ces notions de phase et d'orientation locale du signal monogène, dans le prolongement des travaux de [7, 8]. On cherchera à préciser le lien, connu dans des cas simples (orientation constante par exemple), entre orientation et phase, lien exploré mais non justifié dans [5].

Dans une deuxième partie, on considèrera la modélisation de texture orientées. Un modèle naturel, introduit dans [1], est celui de textures localement parallèles. Ce modèle est fortement relié au cadre monogène, puisqu'il revient à considérer des images de la forme $s(x,y) = A(x,y)\cos(\varphi(x,y))$. Une question centrale est alors de savoir si on peut définir des textures à orientation locale prescrite. Pour effectuer la synthèse de telles textures, il sera nécessaire d'utiliser des bases discrètes d'ondelettes monogènes (on pourra construire de telles bases en s'inspirant des travaux de [9, 6]), l'orientation locale étant imposée en tout point via un choix ad–hoc des coefficients d'ondelettes. On pourra s'inspirer pour cette partie de ce qui a été fait dans [10], pour imposer l'exposant de régularité ponctuel en tout point à un signal continu.

Dans une troisième partie, la modélisation de textures multi-échelles (superpositions de micro- et macro-textures) sera étudiée. Ce problème est en effet important pour les applications et soulevé par exemple dans [11]. La question de l'analyse et synthèse de telles textures pose le problème de leur séparation, afin de se ramener au cadre précédent. Pour cela, nous exploiterons nos récents travaux [12] sur le synchrosqueezing bidimensionel, basés sur la transformée en ondelettes monogène, outil qui permet sous certaines hypothèses la décomposition puis démodulation d'images multicomposentes. Cette étape permettra ainsi d'appliquer la méthode développée sur des images réelles.

Enfin, la dernière partie consistera à développer une nouvelle méthode pour la séparation géométrie–texture en tenant compte de ce nouveau modèle de textures localement parallèles. Nous souhaitons exploiter deux pistes pour améliorer l'algorithme de Maurel-Aujol-Peyré [1] : le modèle de texture localement parallèles sur ondelettes monogènes introduit dans la partie 2, et l'utilisation des algorithmes proximaux pour accélerer l'algorithme d'optimisation sous–jacent dans tous ces algorithmes [13].

References

[1] P. Maurel, J-F. Aujol, and G. Peyré. Locally parallel texture modeling. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 4(1):413–447, 2011.

[2] V. Murray, M.S. Pattichis, H. Davis, E.S. Barriga, and P. Soliz. Multiscale am-fm analysis of pneumoconiosis x-ray images. In *16th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pages 4201–4204, 2009.

[3] A. Benassi, S. Jaffard, and D. Roux. Elliptic gaussian random processes. *Revista Matemática Iberoamericana*, 13(1):19–90, 1997.

[4] M. Felsberg and G. Sommer. The monogenic signal. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 49(12):3136–3144, 2001.

[5] S.C. Olhede and G. Metikas. The Monogenic Wavelet Transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(9):3426–3441, 2009.

[6] M. Unser and D. Van De Ville. Multiresolution Monogenic Signal Analysis Using the Riesz–Laplace Wavelet Transform. *IEEE Trans.Imag.Proc.*, 18(11):2402–2418, 2009.

[7] T. Qian. Characterization of Analytic Phase Signals. *Computers and Mathematics with Applications*, 51:1471–1482, 2006.

[8] Y. Yang, T. Qian, and F. Sommen. Phase Derivative of Monogenic Signals in Higher Dimensional Spaces. *Complex analysis and operator theory*, 2011.

[9] L. Condat, D. Van de Ville, and B. Forster-Heinlein. Reversible, fast, and high-quality grid conversions. *IEEE Transactions on Image Processing*, 17(5):679–693, 2008.

[10] K. Daoudi, J. Lévy Véhel, and Y. Meyer. Construction of continuous functions with prescribed local regularity. *Constr. Approx*, 14(14):349–385, 1995.

[11] C. Germain, J.P. Da Costa, O. Lavialle, and P. Baylou. Multiscale estimation of vector field anisotropy application to texture characterization. *Signal Processing*, 83(7):1487 – 1503, 2003.

[12] M. Clausel, T. Oberlin, and V. Perrier. The monogenic synchrosqueezed wavelet transform: A tool for the decomposition/demodulation of am-fm images. *preprint hal-00754704*, 2012.

[13] L. Condat. A primal-dual splitting method for convex optimization involving lipschitzian, proximable and linear composite terms. *J. Optimization Theory and Applications*. in press, 2013.